

Índice

1. Introdução	2
Objectivos.....	3
Geral:	3
Metodologia.....	3
1. Introdução ao Estudo de Desenho e Geometria Descritiva.....	4
Resenha Histórica	4
1.1. Objectivos e finalidades.....	4
1.1.1. Divisão dos espaços em diedros (ou quadrantes)	5
Subdivisão dos diedros de projecção em Octantes.....	5
Exercícios Propostos (<i>Páginas 14 - 15</i>)	6
2. Processos Geométricos Auxiliares	9
2.1. Mudança de diedro de projecção ou mudança dos planos	10
Demostração dos passos da projecção de uma recta oblíqua	11
3. Rotação	15
4. Rebatimento	15
Rebatimento de um plano de topo.	16
Rebatimento de um triângulo sobre o plano frontal de Projecção	18
Representação da verdadeira grandeza de um triângulo escaleno.	20
Rebatimento de Planos de Perfil	21
Exercícios Propostos (<i>páginas 82-83</i>).....	23
Conclusão	26
Referencia Bibliográfica	27

1. Introdução

No presente trabalho da cadeira de didáctica de geometria descritiva II desdobra-se desde a resenha histórica até aos processos geométricos auxiliares assuntos que estão patentes no livro da 11^a Classe.

Em seguida irá si apresentar os processos de rotação, mudança de planos de projecção e rebatimento e duma forma detalhada e os procedimentos de como é que cada um deles funciona.

Portanto, a didáctica de geometria descritiva assenta-se no processo de ensino e aprendizagem, pautando-se a resolver os problemas da sociedade que tem a ver com construção.

Objectivos

Geral:

- Conhecer os processos geométricos auxiliares.

Específicos:

- Analisar os processos geométricos auxiliares;
- Compreender como funcionam os processos geométricos auxiliares;
- Reconhecer os planos geométricos de projecção.

Metodologia

Segundo (MARKONI & LACATOS, 2003, P.219), o método é o conjunto das actividades sistemáticas e racionais que, com maior segurança e economia, permite alcançar o objectivo, conhecimentos válidos e verdadeiros, traçando o caminho a ser seguido, detectando erros e auxiliando as decisões do cientista. Portanto, para a realização do presente trabalho, os métodos usados foi qualitativo, e a técnica de pesquisa foi a pesquisa bibliográfica.

1. Introdução ao Estudo de Desenho e Geometria Descritiva.

Resenha Histórica

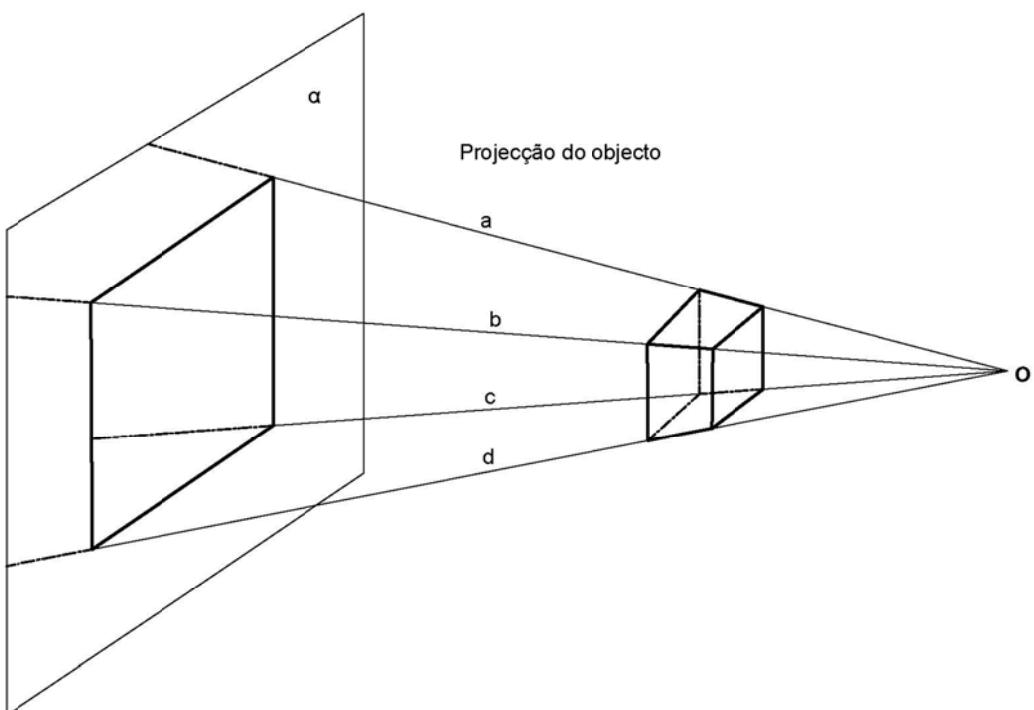
A Geometria Descritiva permite representar, sobre um plano, figuras do espaço. Conseguem-se, através deste sistema, resolver no plano problemas de geometria em que se consideram três dimensões.

A geometria descritiva assume um papel fundamental para as áreas da arquitectura, engenharia de construção civil e de design, portanto permite exteriorizar uma linguagem própria as concepções espaciais e construtiva.

Na base do sistema de Monge encontra-se o método da dupla projecção ortogonal, que utiliza dois planos de projecção perpendiculares entre si.

1.1. Objectivos e finalidades

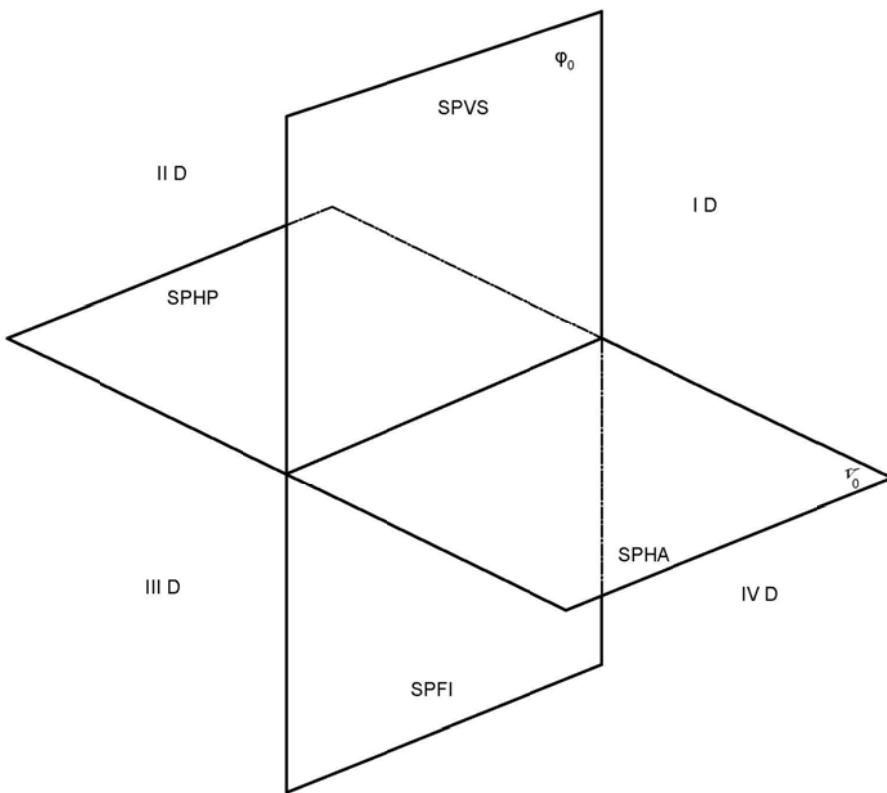
- Percepção dos espaços, formas visuais e suas posições relativas.
- Representação mental de formas imaginárias ou reais.
- Representação de formas, de modo normalizados e sistematizados.



1.1.1. Divisão dos espaços em diedros (ou quadrantes)

O espaço é dividido pelos Planos de projecção em quatro diedros rectos ou quadrantes:

- Primeiro Quadrante (I Q) - limitado pelos semiplanos SPHA e SPVS;
- Segundo Quadrante (II Q) - limitado pelos semiplanos SPHP e SPVS;
- Terceiro Quadrante (III Q) - limitado pelos semiplanos SPHP e SPVI;
- Quarto Quadrante (IV Q) - limitado pelos semiplanos SPHA e SPVI.



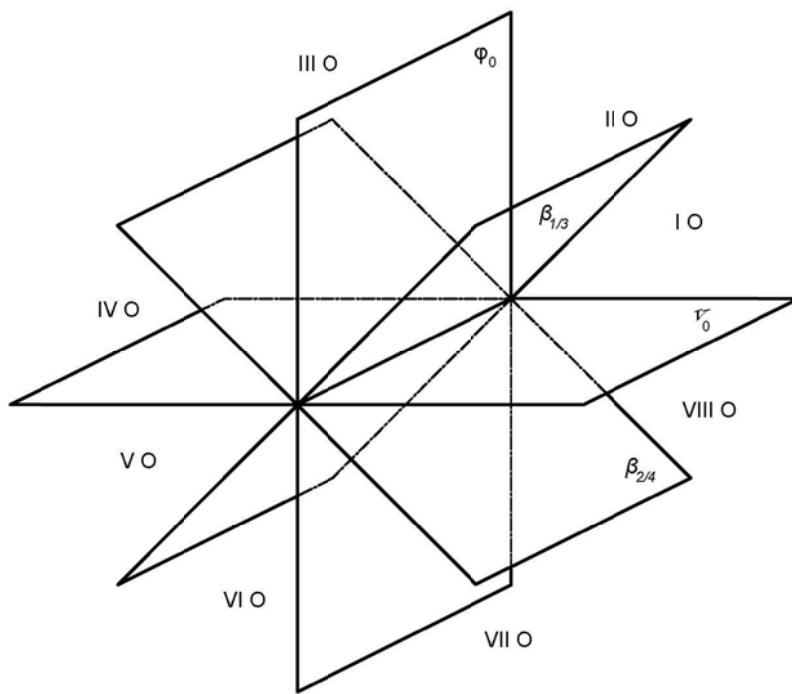
Subdivisão dos diedros de projecção em Octantes

Além dos Planos de projecção, consideram-se também os Planos Bissectores dos quatro quadrantes:

O Plano Bissector dos quadrantes ímpares (I e III Q), designado por $\beta_{1/3}$ e o Plano Bissector dos quadrantes pares (II e IV Q), que se designa por $\beta_{2/4}$.

Estes planos bissectam os quatro quadrantes, isto é, dividem cada um deles em dois diedros iguais.

Assim, considerando para além dos Planos de projecção v e h , também estes dois planos $\beta_{1/3}$ e $\beta_{2/4}$, obtemos uma divisão do espaço em oito partes, os octantes.



Exercícios Propostos (Páginas 14 - 15)

1. Nesta primeira parte procedemos à abordagem do surgimento de uma área de conhecimento denominado Geometria Descritiva. Em que consiste a Geometria Descritiva?
2. Quando foi fundada e quem é que fundou a Geometria Descritiva?
3. Que capacidades são desenvolvidas no domínio do Desenho Geometria Descritiva?
4. Quais são as áreas em que se aplicam os conhecimentos adquiridos na disciplina de Desenho e de Geometria Descritiva?
5. Indique a opção correcta.

Uma Projecção resulta:

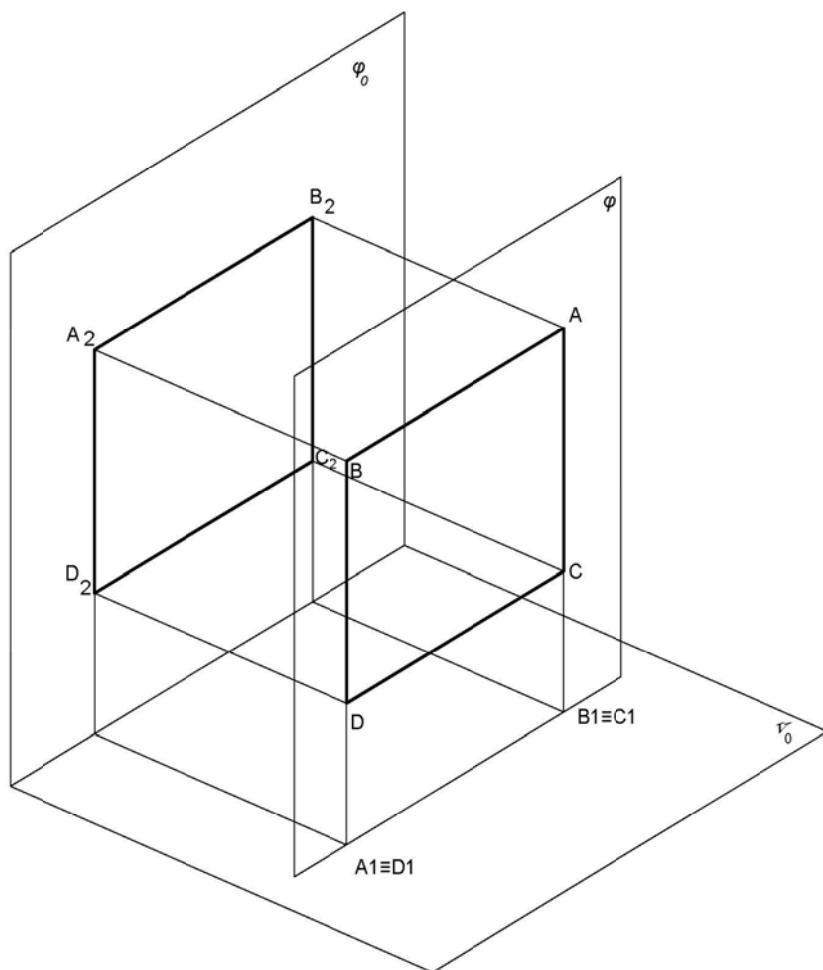
- A. Da intersecção de dois planos.
- B. De uma situação em que não há luz.
- C. Da intersecção de uma recta projectante com o plano de projecção.
- D. Da intersecção de duas linhas.

- E.** Da intersecção de planos projectantes com outros planos.
6. Explique o que são os seguintes elementos que definem uma projecção:
- Origem da projecção ou foco luminoso.
 - Linha projectante.
 - Plano de projecção.
7. Indique a opção correcta para completar a seguinte afirmação.
A origem de projecção ou foco luminoso pode ser comparado com:
- Um plano de projecção.
 - Um olho humano.
 - O fundador da Geometria Descritiva.
 - Linhas paralelas.
 - A importância da Geometria Descritiva.
8. Faça um desenho usando instrumentos de rigor, representando uma figura onde estão representados os elementos definidores de uma projecção. Seguidamente, apresente a respectiva legenda.
9. Quais são as três variáveis que devem ser levadas em consideração, quando falamos de projecções?
10. Das três variáveis referidas na pergunta anterior, qual delas diz respeito à projecção ortogonal e à projecção oblíqua?
11. Qual é a diferença entre o sistema de projecção central ou cónica e o sistema de projecção paralela ou cilíndrica?
12. Como é que si subdivide o sistema de projecção ortogonal?
13. Mencione uma das aplicações práticas da representação de múltipla projecção ortogonal.
14. Como se chama a linha que, ao intersectar o plano frontal de projecção, determina a projecção frontal de um ponto?
15. Indique a opção correcta para completar a seguinte afirmação.
A linha que, ao intersectar o plano horizontal de projecção, determina a projecção horizontal de um ponto, chama-se:
- Plano frontal de projecção.
 - Linha horizontal.
 - Projectante frontal.
 - Projectante horizontal.

- E. Origem de projecção ou foco luminoso.
16. Descreva os planos ortogonais de projecção.
17. Em quantas partes se divide cada um dos planos de projecção e como é que se chama cada uma delas?
18. Em quantas partes os planos ortogonais de projecção dividem o espaço? Como se chama cada uma das partes?
19. Quais são os semiplanos que definem o terceiro diedro de projecção?
20. Assinale com um *x* as afirmações correctas:
- A. O plano bissector é aquele que divide um quadrante em duas partes iguais.
 - B. O plano bissector dos quadrantes ímpares também é conhecido por $\beta_{2/4}$.
 - C. O plano bissector dos quadrantes ímpares atravessa os I e IV diedros de projecção.
 - D. $B_{1/3}$ é o plano que bissecta os primeiro e terceiro diedros de projecção.
 - E. O plano que divide o II e o IV diedros de projecção em duas partes iguais chama-se plano bissector dos quadrantes pares ou simplesmente $\beta_{2/4}$.
 - F. O espaço resultante da divisão de um diedro de projecção em duas partes iguais chama-se octante.

2. Processos Geométricos Auxiliares

A projecção de um segmento e recta ou de uma figura plana sobre um plano ao qual é paralelo, apresenta-se em verdadeira grandeza. Ou seja, se um quadrado, ABCD, for paralelo ao plano frontal de projecção sobre esse plano $A_2B_2C_2D_2$ e geometricamente igual ao guardado ABCD. Uma projecção de um segmento de recta ou de uma figura plana apresenta-se em verdadeira grandeza também se estiver contido num dos planos de projecção.



Se uma figura plana ou segmento de recta não estiverem contidos num dos planos de projecção ou num plano paralelo a um dos planos de projecção, as suas projecções estarão deformadas em ambos dos planos de projecção.

A deformação máxima de segmento de recta acontece quando a sua projecção fica reduzida a um segmento de recta, nomeadamente se estiver contida num plano perpendicular a um dos planos de projecção.

Portanto recorre-se ao processo ou método geométrico auxiliar para dar ao objecto segmento de recta ou figura plana.

Os processos geométricos auxiliares são três:

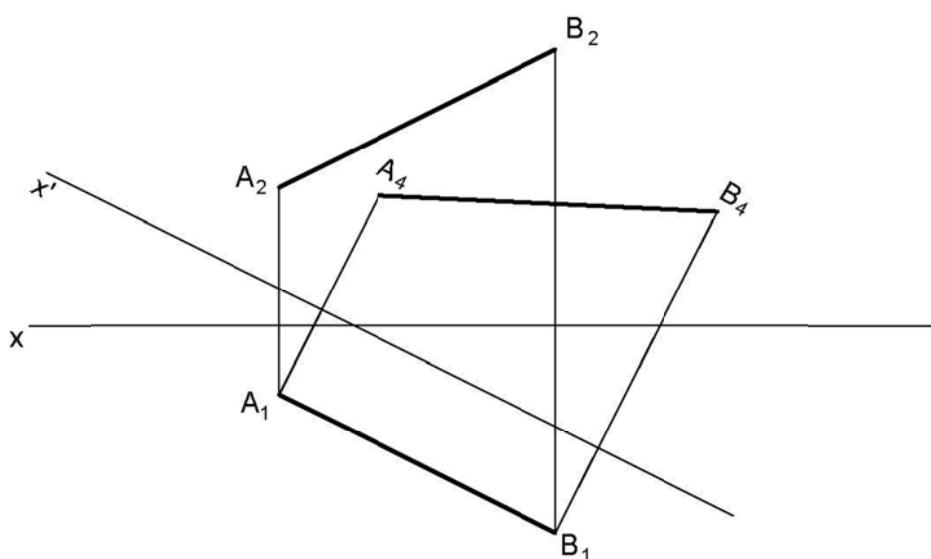
- Mudança de diedro de projecção ou mudança de planos;
- Rotação;
- Rebatimento.

2.1. Mudança de diedro de projecção ou mudança dos planos de projecção

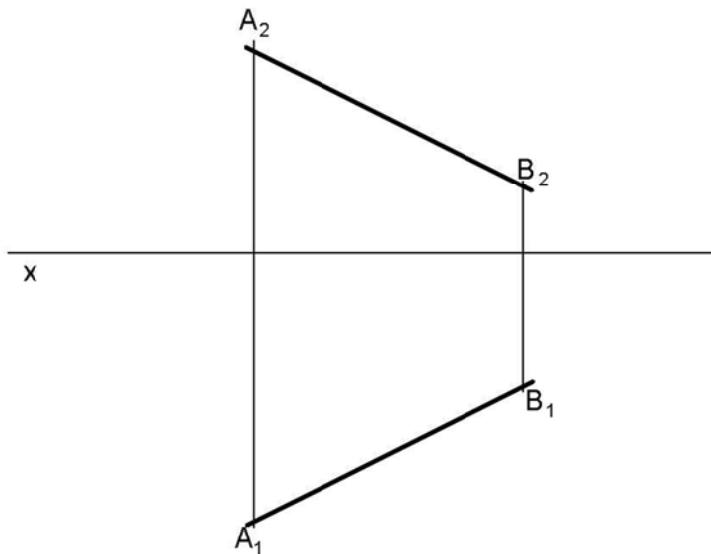
Mudança de diedro de projecção, consiste em introduzir novos planos em substituição dos já existentes, de modo a coloca-los numa posição mais conveniente para um determinado estudo.

Se mudar a posição do plano horizontal de projecção as projecções frontais mantém-se, mudam-se as cotas e mantêm os afastamento. E de destacar que nesse processo todo, a ortogonalidade entre os planos.

No caso de mudar a posição do plano horizontal de projecção as projecções frontais e mantém-se, muda-se as cotas e mantém-se os afastamentos. Na mudança da posição de um plano de projecção muda também a projecção do eixo X.



Um segmento de recta oblíquo, no espaço e também oblíquo em relação aos dois planos de projecção pelo que nenhuma das projecção se apresenta em verdadeira grandeza.



Para se determinar a sua verdadeira grandeza é necessário mudar a posição de um plano de projecção, de modo a torna-lo paralelo ao segmento de recta.

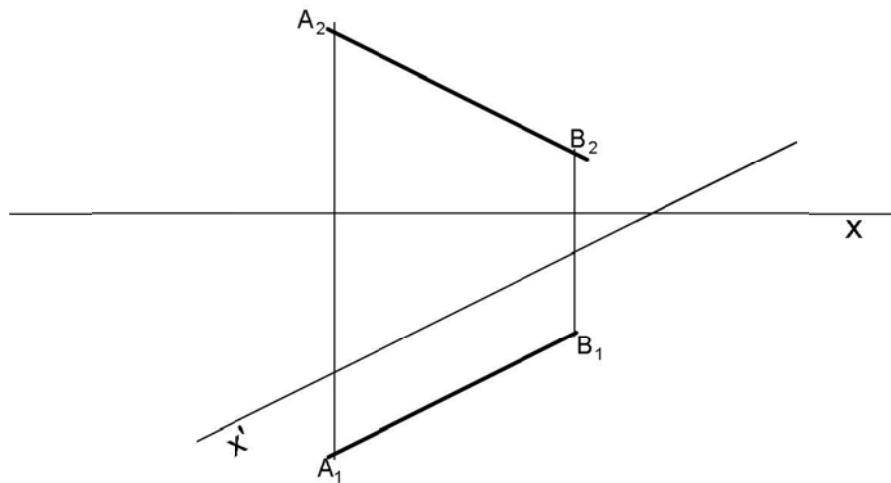
No plano de desenho, uma recta oblíqua tem as suas projecções oblíquas em relação ao eixo X para torna-la paralelas a um dos planos de projecção, por exemplo ao plano frontal de projecção, torna-las de frente, e é necessário em primeiro lugar visualizar a posição da recta de frente no espaço mais também as posições das projecções do plano do desenho.

Em relação ao eixo X a projecção frontal da de frente e oblíqua e a projecção horizontal é paralela.

Demostração dos passos da projecção de uma recta oblíqua em relação ao eixo X

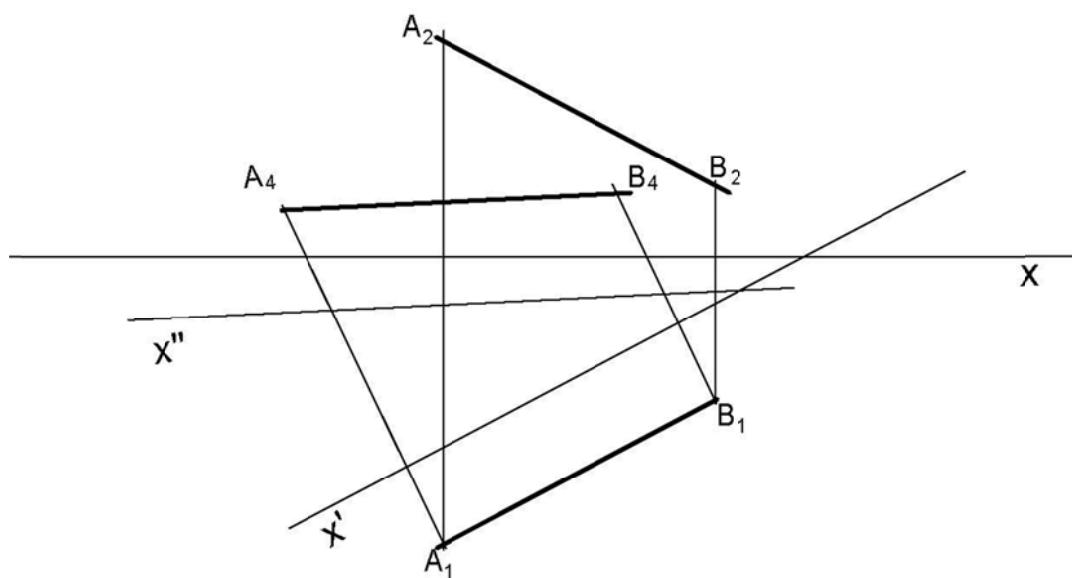
1º Passo

x' , será paralelo a projecção horizontal (A_1B_1), do segmento da recta AB.



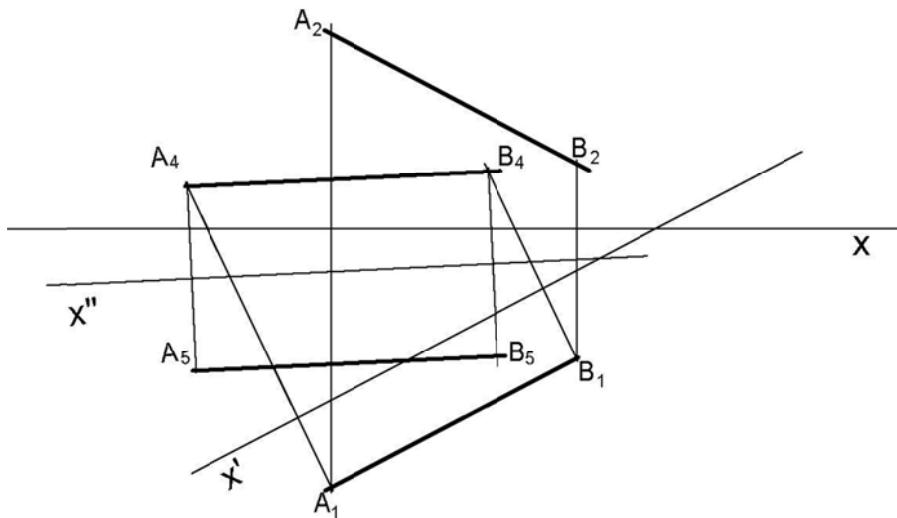
2º Passo

Por **A₁** e **B₁**, traçam-se linhas de chamadas perpendiculares ao novo eixo x, sobre as quais se determinam as novas projecções frontais (**A₄B₄**) do segmento de recta AB, onde as cotas se mantêm pois a relação dos A e B com o plano horizontal de projecção.



3º Passo

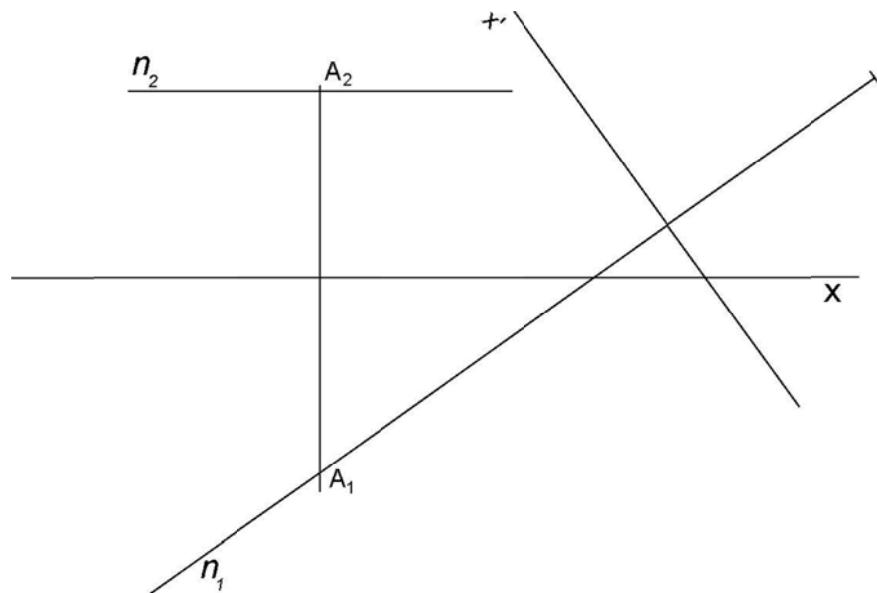
Traça-se linha de chamada a partir de **A₄** e **B₄**, perpendiculares ao eixo x, e se marcam os afastamentos desses dois pontos que são os mesmo e de igual distância sendo as designações **A₅** e **B₅**.



Demostração dos passos da recta de nível para a recta de topo

1º Passo

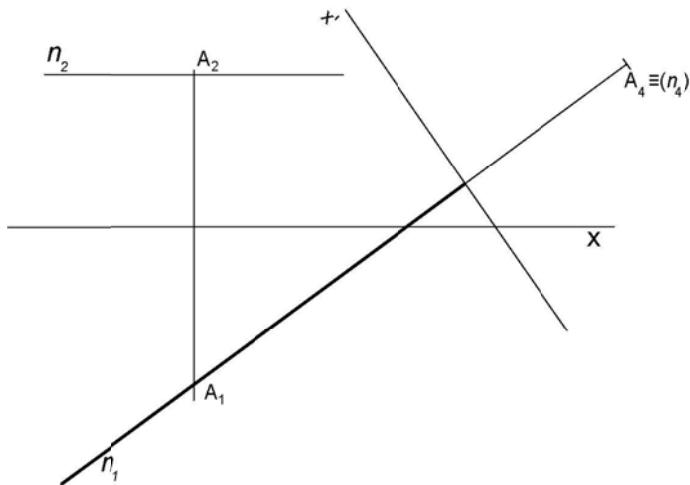
Traça-se o eixo x, depois determina-se a cota e afastamento dos pontos da recta de projecção de nível (n_1 e n_2), de seguida traça-se o x' perpendicular a projecção horizontal.



2º Passo

A linha de chamada de ponto A é perpendicular ao eixo x e coincidente com n_1 , transporta-se a cota do ponto A para a nova linha de chamada. Esta projecção

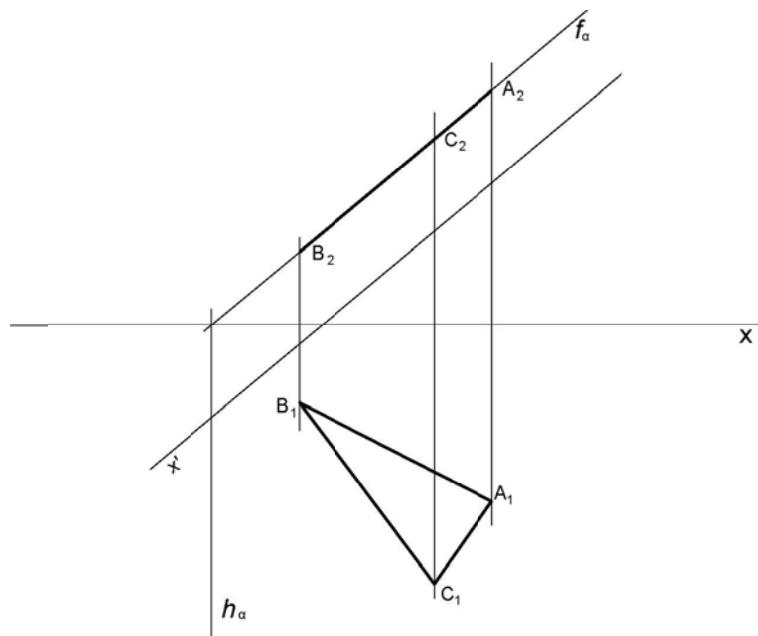
designa-se por A_4 , visto que a sua nova projecção frontal, concede com a projecção frontal da recta n , n_4 num novo plano frontal de projecção.



Passos para determinar a verdadeira grandeza de um triângulo escaleno contido no plano de topo.

1º Passo

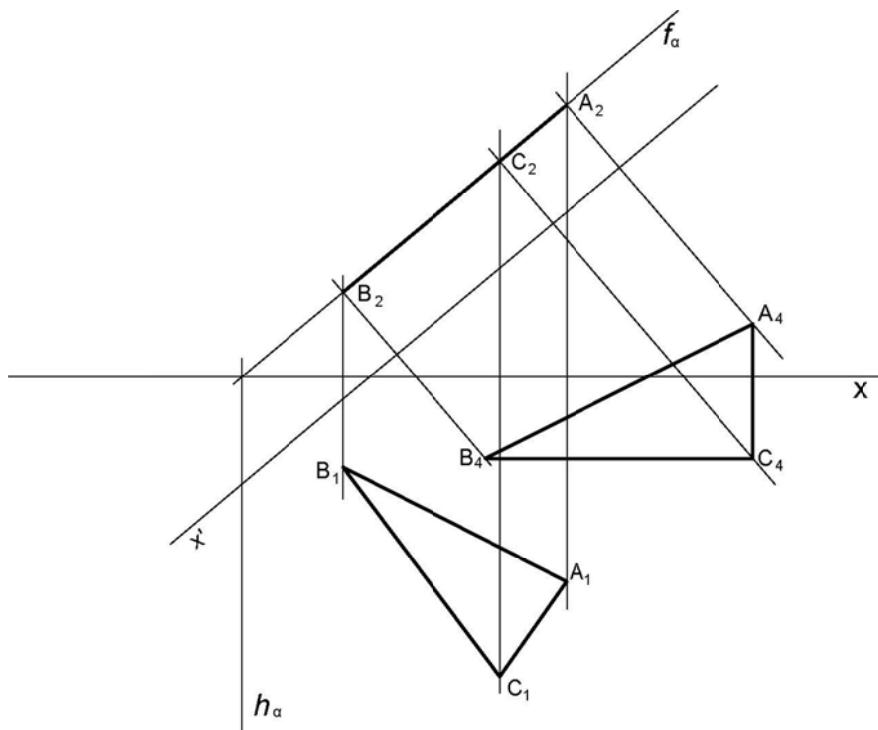
Traça-se o eixo x , onde o plano de topo é perpendicular ao plano frontal de projecção, de seguida traça-se o eixo x' paralelo ao traço frontal f_a , do plano de topo, α



2º Passo:

Traçam-se as linhas de chamadas perpendiculares a x' , partindo das projecções frontais dos vértices do triângulo A_2, B_2 e C_2 .

Transportam-se os afastamentos dos três vértices para as novas linhas de chamadas, ou seja para o novo plano horizontal de projecção e designam-se A_4, B_4 e C_4 . A união das projecções desses três pontos no novo plano horizontal de projecção é a verdadeira grandeza do Triângulo.



3. Rotação

A rotação tem mesmo objectivo que a mudança de diedro, portanto este processo geométrico auxiliar consiste em rodar o objecto em torno de uma recta (eixo de rotação ou charneira) de modo a que tome a posição desejada. Todavia não iremos desenvolver este processo, apenas iremos destacar o rebatimento.

4. Rebatimento

O rebatimento, tal como a rotação, também consiste em rodar um objecto num segmento de recta ou figura plana.

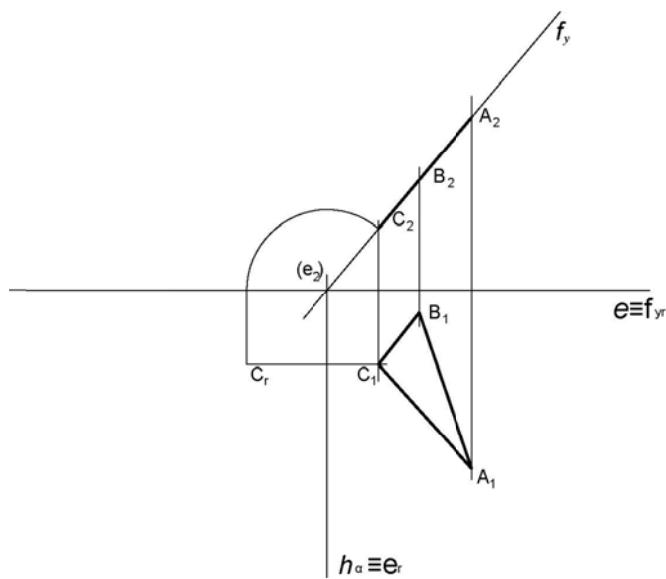
Portanto, rebatimento é um processo pelo qual os planos giram em torno de uma recta (charneira de rebatimento), de modo a torná-lo paralelo ou coincidentes com um dos planos de projecção. Neste processo os arcos de rebatimento estão sempre contidos em planos perpendiculares à charneira do rebatimento.

No entanto, um plano pode ser rebatido paralelamente sobre o plano frontal de projecção ou sobre o plano horizontal de projecção. Em relação os planos podem ser rebatidos para o lado direito ou esquerdo.

Rebatimento de um plano de topo definido pelos seus traços e um triângulo nele contido, sobre o plano horizontal de projecção.

1.^º Passo

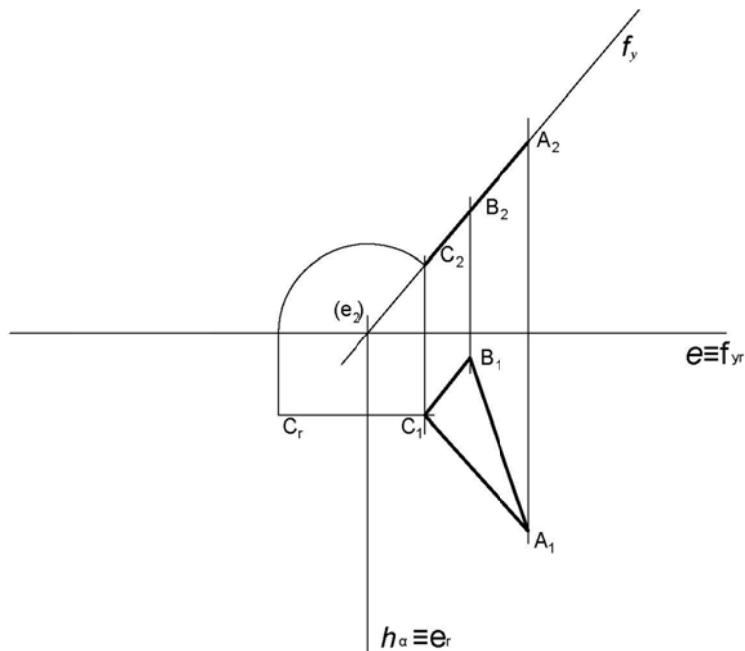
Os arcos de rebatimento, estão contidos em planos frontais e, apresentam a sua verdadeira grandeza no plano frontal de projecção. Os arcos de rebatimento definem os pontos do triângulo [ABC] tem o seu centro sobre a charneira do rebatimento que coincide como traço horizontal do plano. Todos os centros de rebatimento dos vértices do triângulo [ABC] temam sua projecção frontal coincidente com a projecção frontal, (e_2), da charneira do rebatimento.



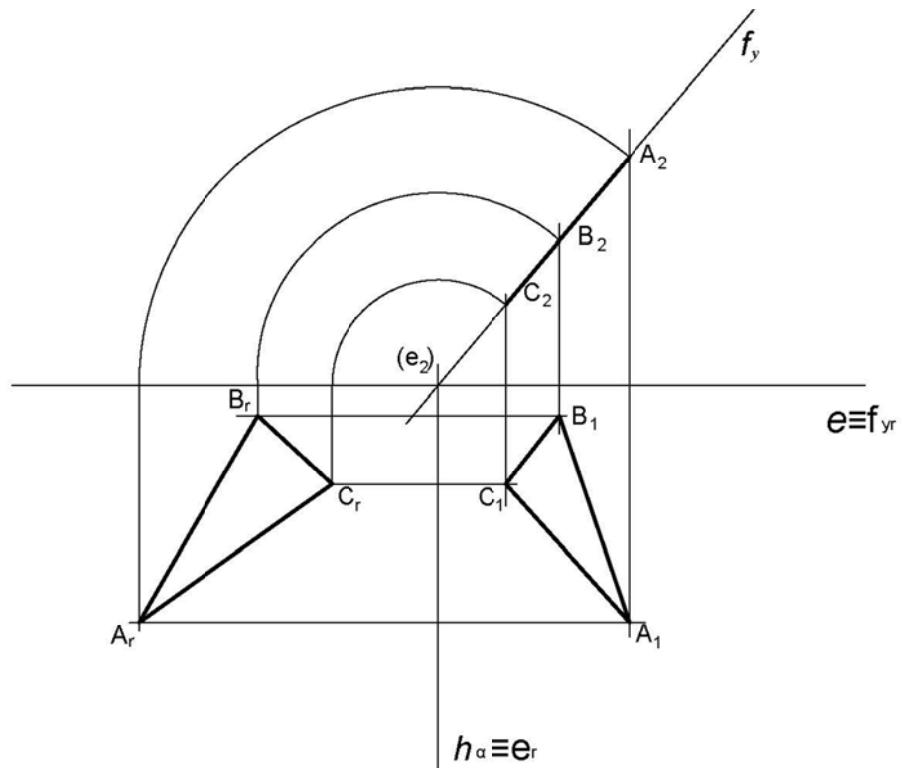
2^º Passo:

Por c_1 , traça-se uma linha paralela ao eixo x cuja intersecção com a semi-recta que se acabou de traçar, origina C_r , ponto C rebatido. Essa linha paralela ao eixo x é a projecção horizontal do arco de rebatimento do ponto c, cuja projecção frontal é o arco que se traçou a partir de c_2 e com centro em (e_2) .

Para efectuar o rebatimento dos pontos A e B, o procedimento é similar ao ponto C. Com centro em (e_2) e abertura do compasso até A_2 ou B_2 , traçasse um arco até $f_y \equiv x$, que passa pela projecção horizontal do mesmo ponto, em A_r ou B_r .



Portanto, o triângulo [ABC] apresenta a sua verdadeira grandeza $[A_rB_rC_r]$, no plano horizontal de projecção.

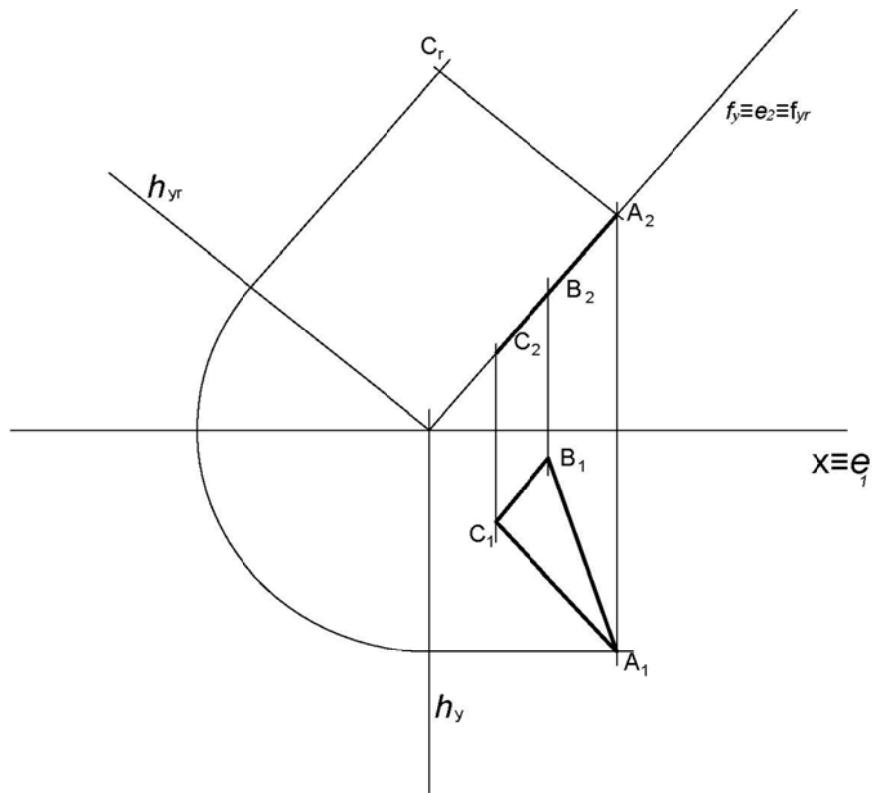


Rebatimento de um triângulo sobre o plano frontal de Projecção

1º Passo

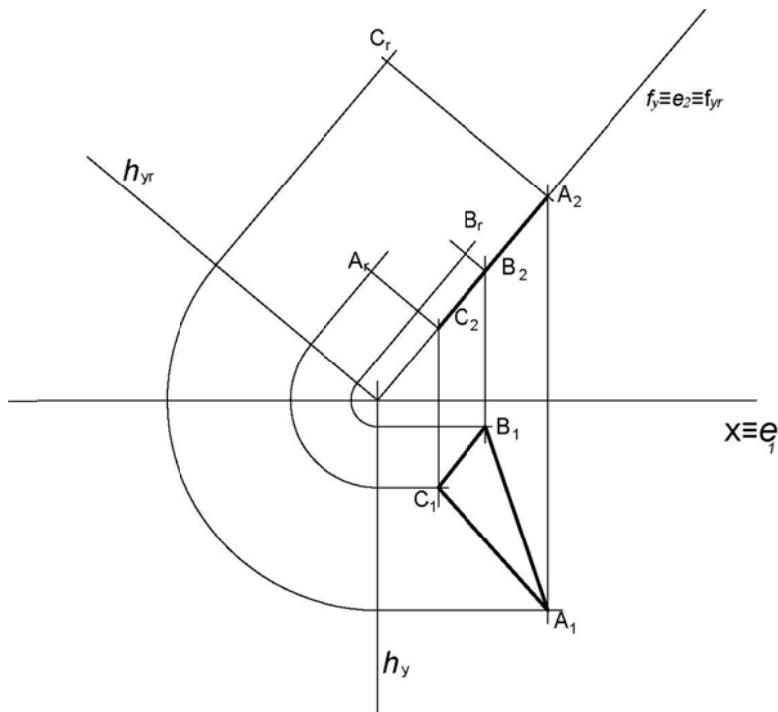
A charneira do rebatimento será f_y , traço frontal do plano y , cuja projecção horizontal concede com o eixo x , pois é uma linha perpendicular ao plano frontal de projecção. Os traços dum plano de topo no espaço são perpendiculares entre se, logo na sua verdadeira grandeza também o são.

Traça-se uma linha perpendicular a $f_y \equiv e_2 \equiv f_y$, h_{fr} , traço horizontal do plano y_r fazendo centro no ponto de intersecção dos dois traços do plano de topo, e abertura até ao ponto de intersecção da paralela ao eixo x com h_y traça-se um arco até h_{yr} , que se prolonga numa semi-recta perpendicular ao traço h_r do plano de topo. O ponto de intersecção dessa semi-recta com uma perpendicular a $f_y \equiv e_2 \equiv f_{yr}$, passando por A_2 é o ponto procurado, A_r , ponto A rebatido.



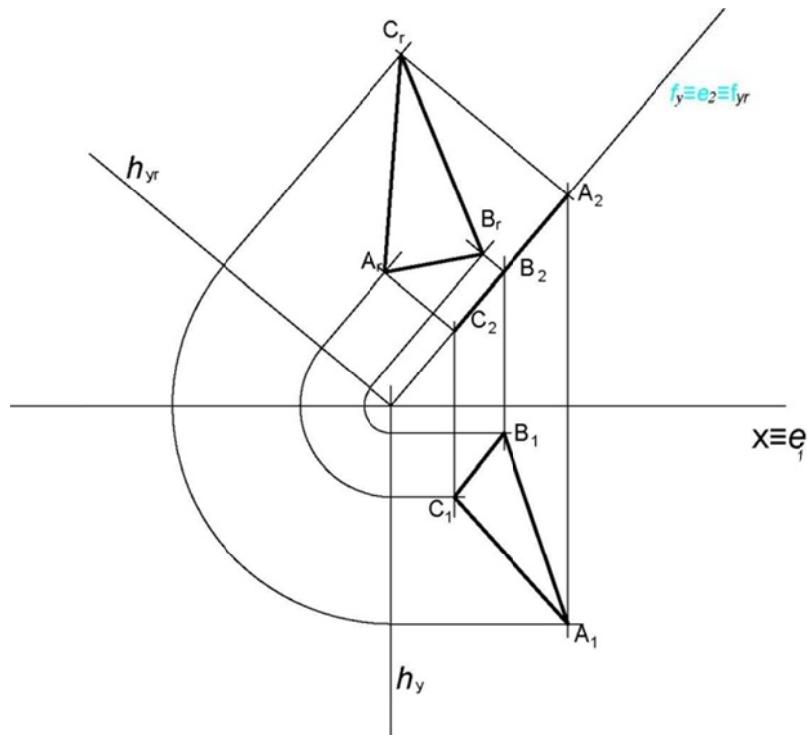
2º Passo:

Repetindo os passos dados para obtenção do ponto A_r , obtém-se B_r e C_r como si pode verificar na figura asseguir.



3º Passo:

O triângulo a $[A_rB_rC_r]$ é a verdadeira grandeza do triângulo $[ABC]$. Que se obteve através do rebatimento do plano que contem o plano de topo, sobre o plano frontal de projecção.



Representação da verdadeira grandeza de um triângulo escaleno situado num plano vertical β , definidos pelos seus traços, efectuando um rebatimento sobre o plano frontal de projecção.

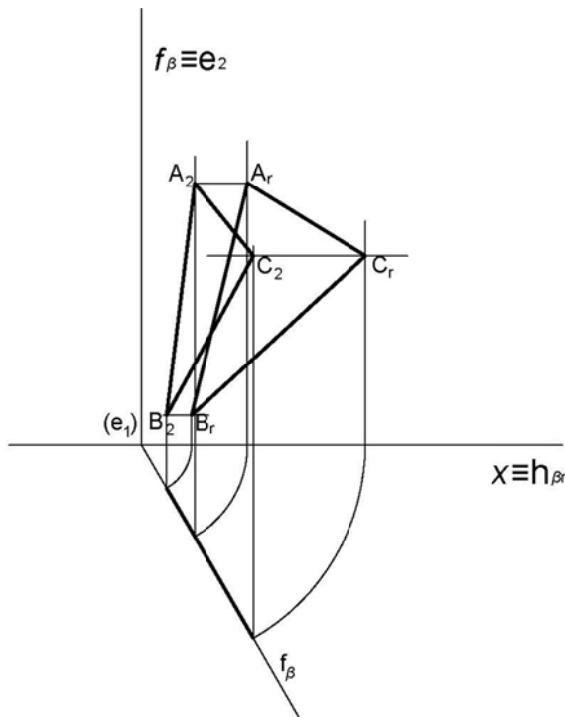
A charneira do rebatimento, e , é uma linha do plano frontal de projecção e é perpendicular a v_0 , ou seja, a charneira do rebatimento coincide com o traço frontal do plano vertical β , $f_\beta \equiv e_r$.

1º Passo

O plano rebatido tem o seu traço horizontal coincidente com o eixo x, $h_{\beta r} \equiv x$. os traços de um plano vertical rebatido são perpendiculares entre si, o que corresponde ao seu relacionamento no espaço.

Comecemos por rebater o ponto A, fixando a ponta seca do compasso em (e_1) , abrindo-o até A_1 e traçando um arco até $h_{\beta r}$. Esse arco prolonga-se em semi-recta. Por A_2 , trca-se uma paralela a $h_{\beta r}$, cuja intersecção com a semi-recta origina A_r , o ponto procurado.

Faz-se o mesmo em relação aos pontos B e C, para obter os seus rebatimentos, designadamente B_r e C_r .



Rebatimento de Planos de Perfil

Nesse caso, a charneira é sempre uma recta perpendicular a um dos planos de projecção, quer se trate de rebatimento sobre planos de projecção, quer si trate de rebatimento sobre planos paralelos aos planos de projecção.

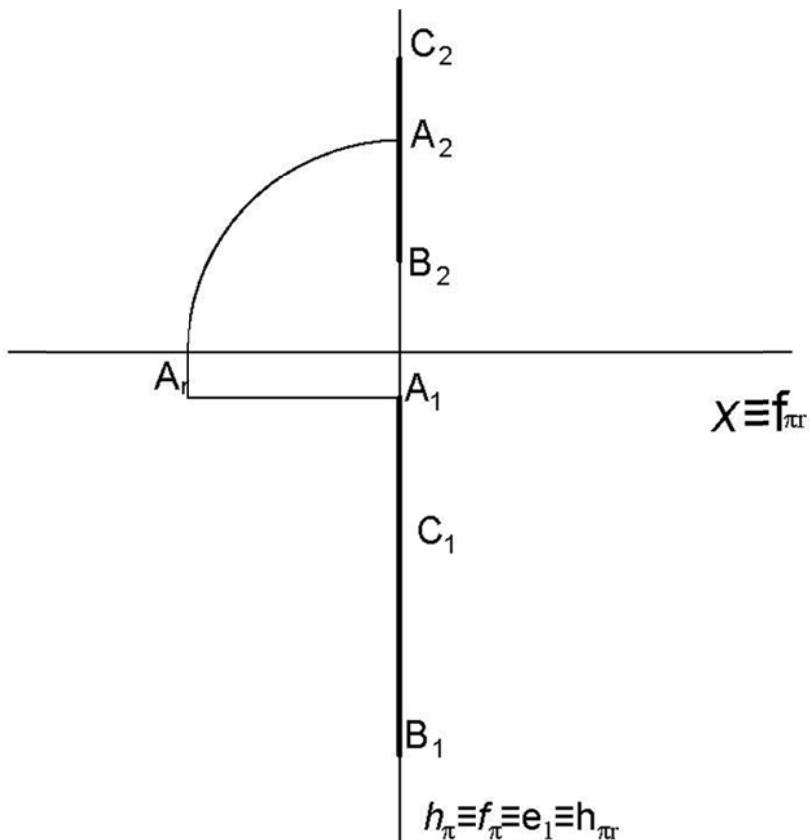
Representação da verdadeira grandeza de um triângulo [ABC] contido num plano de perfil, π .

1º Passo:

O rebatimento desse triângulo pode ser efectuado sobre o plano frontal de projecção ou sobre o plano horizontal de projecção.

A charneira do rebatimento é o traço horizontal do plano horizontal, h_{π} . O traço frontal rebatido fica coincidente com o eixo, $h_{\pi r} \equiv x$.

No plano do desenho, a projecção horizontal da charneira é coincidente com o traço horizontal do plano rebatido, que coincide com o traço frontal do plano, $h_{\pi} \equiv f_{\pi} \equiv e_1 \equiv h_{\pi r}$.



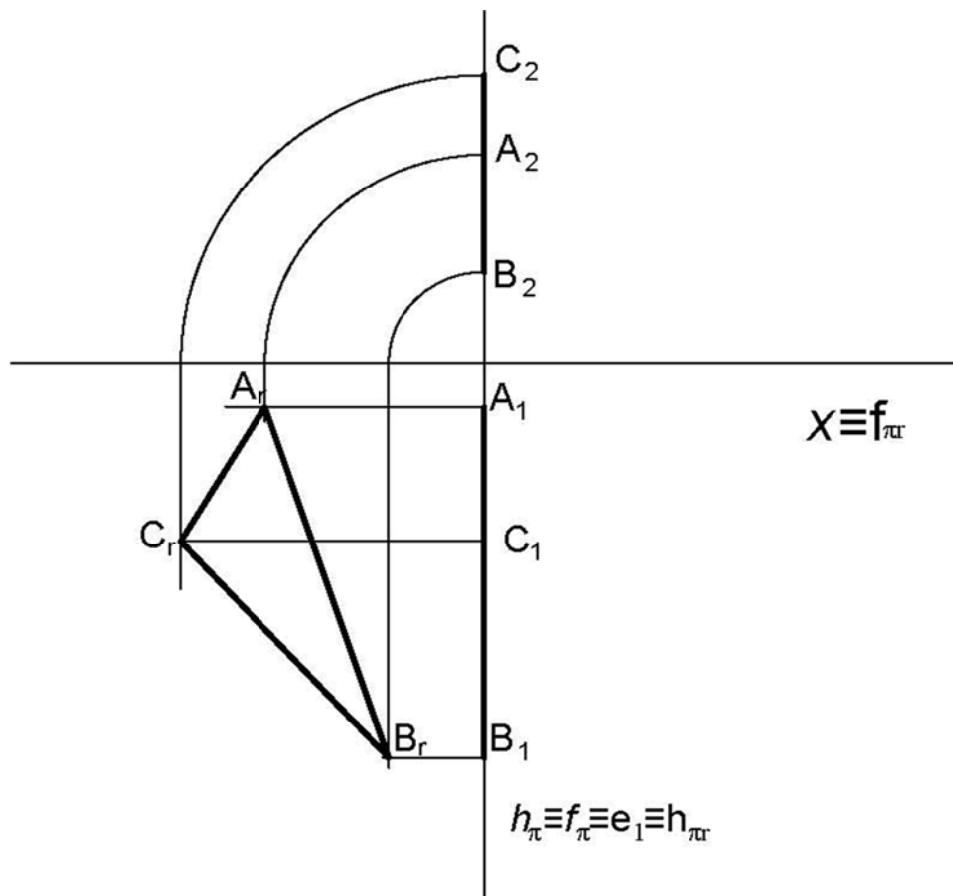
2º Passo:

Os arcos de rebatimento que cada um dos pontos faz situam-se em planos de frente, perpendiculares à charneira e projectam-se em verdadeira grandeza sobre o plano frontal de projecção.

Rebatendo o ponto A, com a ponta seca do compasso em (e_2). Com raio ate A_2 traca-se um arco ate $f_{\pi r}$, que se prolonga em forma de semi-recta. Por A_1 , traca-se uma semi-recta no ponto procurado, A_r . A paralela aa $f_{\pi r}$ ee a projeccao horizontal do arco de rebatimento do ponto A, que, como se disse, situa-se num plano de frente.

Novamente como o centro em (e_2) e raio, desta vez, até C_2 , traça-se um arco de circunferência que intersecta $f_{\pi r}$ e si prolonga em forma de semi-recta, até intersectar a paralela ao eixo x que contem C_1 , no ponto procurando, C_r .

O procedimento é precisamente o mesmo relativamente ao ponto B , para obter o B_r . Finalmente, unem-se os três pontos para se obter o triângulo na sua verdadeira grandeza.



Exercícios Propostos (páginas 82-83)

1. Quais são os processos geométricos auxiliares que conheces?
 2. Em que é que consiste a mudança de planos?
 3. Qual é a diferença entre o processo de mudança de planos e o processo auxiliar de rebatimento?
 4. Em que é a rotação se distingue do rebatimento.
 5. Assinale com um x as afirmações correctas.
- A.** A mudança de planos consiste em movimentar um objecto ate tomar a posição conveniente.

- B.** O rebatimento consiste em rodar o plano que contem um objecto sobre um dos planos de projecção ou sobre um plano paralelo a um dos planos de projecção.
- C.** A rotação é um dos métodos geométricos auxiliares.
- D.** No processo de mudanças de planos, são os planos ortogonais de projecção que se movimentam, até tomarem uma posição desejada.
- E.** No processo de rebatimento, os objectos mantêm-se fixos e são os planos ortogonais de projecção que tomam novas posições.
- F.** Os processos geométricos auxiliares consistem em manter fixos os planos ortogonais de projecção e os objectos no espaço.
6. Dada uma recta de nível, de 2 cm de cota, fazendo 30° com φ_0 , de abertura para a esquerda, transforme-a em recta de topo.
 7. Considere a recta de nível do exercício anterior e transforme-a em recta horizontal de frente.
 8. Considere uma recta oblíqua, definida pelos pontos **A** (0;0,5;1,5) e **B**(3,5;1;3),
 9. Considere a recta do exercício anterior e transforme-a, primeiro em recta de frente e depois em recta projectante horizontal.
 10. É dada uma recta de frente de 2,5 com de afastamento, que faz com o plano horizontal de projecção um ângulo 40° , de abertura para a direita. Transforme a recta de frente em recta vertical ou projectante horizontal.
 11. Com recurso ao processo de mudança de planos, determine a verdadeira grandeza do seguimento de recta **[AB]**, oblíquo. **A** (-5;2;2,5) e **B** (0,5;5;3,5).
 12. Dado um plano projectante horizontal que faz um diedro de 30° com o plano frontal de projecção, de abertura para a direita, determine a verdadeira grandeza de um seguimento de recta **[AB]**, nele contido. **A** (1;4) e **B** (2;0).
 13. Através do rebatimento, determine a verdadeira grandeza de seguimento de perfil, definido pelos pontos **A**(1;6) e **B**(3;1).
 14. Com o recurso ao rebatimento, determine a verdadeira grandeza de um seguimento de recta de perfil definido pelos pontos, **E** (6,5;2) **F** (1,5).

15. Usando o processo de mudança de planos, determine a verdadeira grandeza do triângulo **[ABC]**, situado num plano de topo, que faz com o plano horizontal de projecção um diedro de 45° , abertura para a direita. As coordenadas dos pontos que definem o triângulo são: **A** (7;2,5), **B** (0,5;4) e **C** (4;1,5).
16. Mudando a posição do plano frontal de projecção, determine a verdadeira grandeza do triângulo **[ABC]**, considera os seguintes dados: O triângulo está contido num plano projectante horizontal, que faz com plano frontal de projecção um diedro de 30° , abertura para a direita. As coordenadas dos vértices do triângulo são **A** (2,5;5), **B** (1;3) e **C** (3,5;0).
17. Determine as projecções de um ponto **K** de afastamento igual a 4 cm, contido numa recta de perfil π . A recta de perfil é definida pelos pontos **C** (6;2) e **D** (3;2,5).
18. Dado um ponto **P** (3,6), desenhe as suas projecções. Desenhe as suas projecções e escreva as suas coordenadas de um outro ponto **R**, simétrico ao ponto **P** em relação ao eixo x .
19. Determine os traços nos planos ortogonais de projecções de uma recta de perfil definida pelos pontos **E** (0,5;5,5) e **F** (4,5;1).
20. Determine os pontos notáveis de uma recta de perfil que contem o ponto **A** (2;3) e que faz com o plano frontal de projecção um ângulo 30° .

Conclusão

Chegado ao final do presente trabalho que tem como tema, Processos Geométricos Auxiliares, deu-se a perceber que tais processos são muito importantes no que concerne aos estudos das figuras planas no campo da Geometria Descritiva para o desenvolvimento da capacidade cognitiva particularmente como esta representada a figura no espaço.

Referencia Bibliográfica

CAMUNDIMO, Vasco Filipe; **DGD11 – Desenho e Geometria Descritiva 11^a Classe**; Texto Editores; 1^a Edição: Maputo; 2008.